

Dieter Gühr, Jan Kath,  
Franz Kleene

Ab Klasse 5

# Mathe

*Clever gelernt!*

SCHULWERKSTATT  
G E L E R N



## Liebe Leserin, lieber Leser

Wie war das denn mit dem schriftlichen Dividieren? Wie sieht ein Trapez aus? Wie viele  $cm$  sind in einem  $m$ ? Was ist eine Primzahl? Dies sind nicht nur Fragen, die im Mathe-Unterricht zu Beginn der Sekundarstufe auftauchen, sondern Fragen, die eigentlich auch ältere Schüler oder Erwachsene beantworten können müssten. Irgendwann in der fünften oder sechsten Klasse hat man das schon einmal im Unterricht durchgenommen. Doch leider ist eine genaue Erklärung nicht mehr möglich.

Für solche Situationen haben wir dieses Heft gemacht. Die Mathematikthemen der Klassen 5 und 6 werden übersichtlich dargestellt und so erklärt, dass sie jeder verstehen kann. An Beispielaufgaben werden die einzelnen Rechenschritte logisch nachvollziehbar dargeboten. Sie sind damit ein Leitfaden für weitere Aufgaben aus demselben Bereich. Die geometrischen Grundkenntnisse werden durch Zeichnungen und einfache Konstruktionsbeschreibungen verdeutlicht.

In unserem eigenen Mathematikunterricht haben wir immer wieder festgestellt, wie wichtig es ist, die Quintessenz des Gelernten schriftlich festzuhalten. Wir finden es allerdings wenig sinnvoll, Regeln, Rechenwege und Merksätze im „normalen“ Matheheft einzutragen, da die Hefte – wenn sie vollgeschrieben sind – selten länger als bis zum Ende des Schuljahres aufbewahrt werden. Unsere Schüler führen deshalb ein Mathe-Merkheft, in dem alle wichtigen Dinge aus dem Unterricht dokumentiert werden. Es hat sich in all den Jahren gezeigt, dass dadurch jeder Schüler eine Quelle hat, in der er alles nachschauen kann, was er nicht mehr weiß.

Für alle Schüler, die kein Mathe-Merkheft haben, ist „Mathe – clever gelernt!“ ein sinnvolles Nachschlageheft. Dies gilt auch für Schüler aus höheren Klassen, da gerade dort die Grundkenntnisse immer verfügbar sein müssen.

Mit dem Inhaltsverzeichnis oder dem Stichwortverzeichnis findet man schnell die gesuchten Begriffe oder Themen und kann so seine Wissenstücke schließen.

Wir wünschen viel Erfolg bei der Arbeit mit diesem Heft

Dieter Gühr  
Jan Kath  
Franz Kleene

## Algebra

<b>1. Natürliche Zahlen</b>	
1.1 Ziffern und Zahlen	4
1.2 Stellenwert	4
1.3 Zahlenordnung und Zahlenstrahl	4
1.4 Große Zahlen	5
1.5 Runden	5
1.6 Überschlagsrechnung	6
1.7 Addition und Subtraktion	7
1.8 Multiplikation und Division	8
1.9 Verbindung der 4 Rechenarten	10
1.10 Aufstellen von Rechenausdrücken	10
<b>2. Teilbarkeit</b>	
2.1 Vielfache	11
2.2 Teiler	11
2.3 Teilbarkeitsregeln	11
2.4 Primzahlen	12
2.5 Kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)	12
2.6 Größter gemeinsamer Teiler (ggT)	12
<b>3. Bruchrechnen</b>	
3.1 Bruchteile	13
3.2 Nenner und Zähler	13
3.3 Gemischte Brüche (gemischte Zahlen)	14
3.4 Erweitern und Kürzen	15
3.5 Vergleichen und Ordnen von Brüchen	16
3.6 Darstellung von Brüchen am Zahlenstrahl	18
3.7 Addition und Subtraktion von Brüchen	19
3.8 Multiplikation von Brüchen	21
3.9 Division von Brüchen	24
<b>4. Dezimalrechnung</b>	
4.1 Dezimalzahlen	25
4.2 Umwandeln von Brüchen in Dezimalzahlen	26
4.3 Umwandeln von Dezimalzahlen in Brüche	26
4.4 Vergleichen von Dezimalzahlen	27
4.5 Runden von Dezimalzahlen	28
4.6 Rechnen mit Dezimalzahlen (Addition / Subtraktion / Multiplikation / Division)	29
4.7 Abbrechende und periodische Dezimalzahlen	32

<b>5. Sachrechnen</b>	
5.1 Zeitpunkte und Zeitspannen	33
5.2 Addition und Subtraktion von Größen	33
5.3 Multiplikation von Größen	34
5.4 Division von Größen	34
5.5 Zusammengesetzte Größen	35
5.6 Sachrechnen mit dem Zweisatz	36
5.7 Umrechnen von Größen	38

## Geometrie

<b>6. Grundkenntnisse</b>	
6.1 Punkt	40
6.2 Gerade Linien	40
6.3 Senkrechte und parallele Linien	41
6.4 Vierecke	44
6.5 Geometrische Körper	46

<b>7. Umfang, Flächeninhalt, Rauminhalt</b>	
7.1 Umfang	48
7.2 Flächeninhalt	49
7.3 Oberflächeninhalt	50
7.4 Rauminhalt	51

<b>8. Winkel</b>	
8.1 Allgemeines über Winkel	52
8.2 Winkel zeichnen und messen	52
8.3 Winkelarten	54

<b>9. Abbildungen</b>	
9.1 Achsenspiegelung	55
9.2 Parallelverschiebung	58
9.3 Drehung	59
9.4 Punktspiegelung	61

<b>Stichwortverzeichnis</b>	63
-----------------------------	----

# 1 Natürliche Zahlen

## 1.1 Ziffern und Zahlen

Die Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... nennen wir **natürliche Zahlen**.

Mit den Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 lassen sich alle Zahlen des Zehnersystems schreiben.

Die Zahl 473 besteht aus den **Ziffern** 4, 7 und 3.

Beziehungen zwischen 2 Zahlen a und b:

$$a = b \text{ (a gleich b)}$$

$$a \neq b \text{ (a ungleich b)}$$

$$a \approx b \text{ (a ungefähr gleich b)}$$

$$a < b \text{ (a kleiner b)}$$

$$a > b \text{ (a größer b)}$$

## 1.2 Stellenwert

Wir bündeln jeweils 10 Einheiten zu einer neuen Einheit.

10 Einer = 1 Zehner, 10 Zehner = 1 Hunderter, 10 Hunderter = 1 Tausender

Je weiter links eine Ziffer bei einer Zahl steht, desto größer ist ihr Wert.

358 = 3 Hunderter + 5 Zehner + 8 Einer

2409 = 2 Tausender + 4 Hunderter + 0 Zehner + 9 Einer

Die Zahlen 10, 100, 1000, 10000, ... heißen **Stufenzahlen**.

In einer Stellenwerttafel lassen sich Zahlen darstellen:

HT	ZT	T	H	Z	E
				8	4
			1	6	3
	2	9	4	8	0

= 8 Zehner + 4 Einer

= 1 Hunderter + 6 Zehner + 3 Einer

= 2 Zehntausender + 9 Tausender + 4 Hundertes + 8 Zehner + 0 Einer

Die Stufenzahlen 10, 100 und 1000 benötigen wir beim Umwandeln von Längen, Flächen und Rauminhalten.

## 1.3 Zahlenordnung und Zahlenstrahl

Die Reihenfolge der natürlichen Zahlen lässt sich am Zahlenstrahl veranschaulichen:



Je weiter rechts eine Zahl auf dem Zahlenstrahl steht, desto größer ist ihr Wert:

5 ist **größer** 4  $5 > 4$

6 ist **kleiner** 9  $6 < 9$

5 ist der **Vorgänger** der Zahl 6, der **Nachfolger** ist 7.

Es gilt:  $5 < 6 < 7$

Das  $<$ ,  $>$  Zeichen öffnet sich immer zur größeren Zahl!

# 1 Natürliche Zahlen

## 1.4 Große Zahlen

Million	Mio.	1 000 000
Milliarde	Mrd.	1 000 000 000
Billion	B.	1 000 000 000 000

**Tipp!**

Schreibe große Zahlen in Dreiergruppen, das ist übersichtlicher!

Schreibe: 34 000 000 oder 34 Mio.    127 000 000 000 oder 127 Mrd.

**Zahlwörter unter einer Million schreibt man zusammen und klein:**  
vierhundertfünfzig (450), neunhundertvierzigtausend (940 000)

**Die Zahlwörter Million, Milliarde, Billion, ... schreibt man groß:**  
zehn Millionen (10 000 000), dreiundfünfzig Billionen (53 000 000 000 000),  
acht Billionen achtzig Millionen zweihundertfünfzehn (8 000 080 000 215)

## 1.5 Runden

Bei vielen Aufgaben reicht es aus, wenn man eine ungefähre (gerundete) Zahl erhält, die man sich besser merken kann.

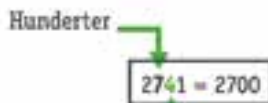
Beispiel: In München leben 1 298 537 Menschen, das sind  $\approx$  1,3 Millionen.

Für gerundete Zahlen benutzt man das Zeichen  $\approx$  (ungefähr, gerundet).

Bevor man rundet, muss man festlegen, auf welche Stufenzahl (10, 100, ...) man runden will. Die Ziffer rechts von der Rundungsziffer (Ziffer, die gerundet werden soll) entscheidet, ob auf- oder abgerundet wird.

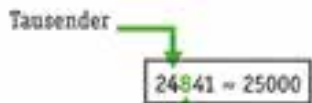
Es wird bei 0, 1, 2, 3, 4 **abgerundet**, bei 5, 6, 7, 8, 9 **aufgerundet**.

**Runden auf Hunderter:**



bei 4 wird abgerundet

**Runden auf Tausender:**



bei 8 wird aufgerundet

Man soll eine Zahl nicht mehrmals nacheinander runden:

also nicht  $13\ 445 = 13\ 450 = 13\ 500 = 14\ 000$   
sondern  $13\ 445 = 13\ 000$

## 1.6 Überschlagsrechnung

Um bei einer Rechnung sicher zu sein, dass man keine großen Fehler gemacht hat, führt man eine schnelle Kontrollrechnung im Kopf durch. Dabei versucht man das Ergebnis ungefähr zu bestimmen. Man rechnet also mit gerundeten Zahlen. Diese Überschlagsrechnung ist ganz besonders wichtig bei Sachaufgaben.

**Runde die Zahlen so, dass du die Rechnung schnell und sicher im Kopf durchführen kannst!**

### Additions- und Subtraktionsaufgaben

Aufgabe 1:  $764 + 249 + 6 \cdot 8 = 1\ 671$  (Runde hier auf Hunderter!)

Überschlag:  $800 + 200 + 700 = 1\ 700$

Aufgabe 2:  $18\ 749 - 5\ 490 = 13\ 259$  (Runde hier auf Tausender!)

Überschlag:  $19\ 000 - 5\ 000 = 14\ 000$

### Multiplikationsaufgaben

Aufgabe 1:  $86 \cdot 34 = 2\ 924$

Überschlag:  $90 \cdot 30 = 2\ 700$

oder  $100 \cdot 30 = 3\ 000$

### Beachte beim Überschlag von Multiplikationsaufgaben:

Wenn man beide Zahlen stark aufrundet bzw. abrundet, entfernt man sich weit vom richtigen Ergebnis. Daher ist es oft besser, die eine Zahl ab- und die andere Zahl aufzurunden!

Aufgabe 2:  $168 \cdot 259 = 43\ 512$

Überschlag:  $200 \cdot 200 = 40\ 000$  (nicht  $200 \cdot 300 = 60\ 000$ )

### Divisionsaufgaben

Beim Dividieren rundet man zunächst die 2. Zahl, durch die dividiert wird. Danach rundet man die 1. Zahl so, dass sie leicht zu dividieren ist!

Aufgabe 1:  $592 : 74 = 8$

Überschlag:  $560 : 70 = 8$

Aufgabe 2:  $10\ 500 : 875 = 12$

Überschlag:  $11\ 000 : 1\ 000 = 11$

#### Tip:

Runde beim Dividieren beide Zahlen auf oder beide Zahlen ab!

# 1 Natürliche Zahlen

## 1.7 Addition und Subtraktion

$$\begin{array}{r} \text{1. Zahl} \quad \text{plus} \quad \text{2. Zahl} \\ \text{(Summand)} \quad \quad \quad \text{(Summand)} \\ 9 \quad + \quad 6 \quad = 15 \\ \hline \text{Summe} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{1. Zahl} \quad \text{minus} \quad \text{2. Zahl} \\ \text{(Minuend)} \quad \quad \quad \text{(Subtrahend)} \\ 28 \quad - \quad 13 \quad = 15 \\ \hline \text{Differenz} \end{array}$$

### Kopfrechnen

Wenn man geschickt vorgeht, lassen sich viele Aufgaben besser im Kopf berechnen. Dabei versucht man Rechenvorteile zu gestalten.

Wir zerlegen die Zahlen!

$$\begin{array}{r} 58 + 35 = \\ 58 + 2 + 33 = \\ \hline 60 + 33 = 93 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 58 + 35 = \\ 58 + 30 + 5 = \\ \hline 88 + 5 = 93 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 58 + 35 = \\ 50 + 30 + 8 + 5 = \\ \hline 80 + 13 = 93 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 74 - 28 = \\ 74 - 4 - 24 = \\ \hline 70 - 24 = 46 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 74 - 28 = \\ 74 - 20 - 8 = \\ \hline 54 - 8 = 46 \end{array}$$

Wir vertauschen Zahlen!  
(Nur bei Addition!)

$$\begin{array}{r} 54 + 47 + 16 = \\ 54 + 16 + 47 = \\ \hline 70 + 47 = 117 \end{array}$$

Mit größeren Zahlen rechnen!

$$\begin{array}{r} 135 + 96 = \\ 135 + 100 - 4 = \\ \hline 235 - 4 = 231 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83 - 39 = \\ 83 - 40 + 1 = \\ \hline 43 + 1 = 44 \end{array}$$

### Schriftliche Addition

- (1) Zahlen **stellenrichtig** untereinander schreiben!
- (2) Stellenweise addieren! Dabei **rechts** beginnen! Übertrag in die **nächste Spalte** eintragen!

		7	2	5	8
+		4	8	1	6
	?	?		?	
	1	2	0	7	4

← Übertrag!  
Rechne:  $6 + 8 = 14$   
Schreibe 4; Übertrage 1



# 1 Natürliche Zahlen

## 1.7 Addition und Subtraktion

- (1) Zahlen **stellenrichtig** untereinander schreiben!
- (2) Stellenweise subtrahieren! Dabei **rechts** beginnen! Übertrag in die **nächste Spalte** eintragen!

	8	9	2	7
-	3	5	8	9
		1	1	
	5	3	3	8

+ Übertrag!  
Rechne: 9 bis 17 = 8  
Schreibe 8; Übertrage 1

### Subtrahieren mit mehreren Zahlen

Wir addieren zunächst stellenweise alle Ziffern der Subtrahenden und subtrahieren dann vom Minuend!

ohne Übertrag:

	4	8	7	9
-		3	1	2
-	1	2	3	1
-		1	2	4
	3	2	1	2

Rechne:  
 $4 + 1 + 2 = 7$   
 $7$  bis  $9 = 2$   
Schreibe 2!

mit Übertrag:

	9	2	8	4
-		4	2	3
-	2	6	1	5
-		8	3	1
	1		1	
	5	4	1	5

Rechne:  
 $1 + 5 + 3 = 9$   
 $9$  bis  $14 = 5$   
Schreibe 5! Übertrage !!

## 1.8 Multiplikation und Division

$$\begin{array}{ccc} \text{1. Zahl} & \text{mal} & \text{2. Zahl} \\ \text{(Faktor)} & & \text{(Faktor)} \\ 14 & \cdot & 5 = 70 \\ \hline & \text{Produkt} & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{1. Zahl} & \text{geteilt durch} & \text{2. Zahl} \\ \text{(Dividend)} & & \text{(Divisor)} \\ 42 & : & 6 = 7 \\ \hline & \text{Quotient} & \end{array}$$

### Kopfrechnen

Wir zerlegen!

$$\begin{array}{l} 6 \cdot 400 = \\ \underline{6 \cdot 4 \cdot 100 =} \\ 24 \cdot 100 = 2400 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 76 \cdot 5 = \\ \underline{70 \cdot 5 + 6 \cdot 5 =} \\ 350 + 30 = 380 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5100 : 300 = \\ \underline{5100 : 100 : 3 =} \\ 51 : 3 = 17 \end{array}$$

Wir vertauschen Zahlen!  
(Nur bei Multiplikation!)

$$\begin{array}{l} 25 \cdot 7 \cdot 4 = \\ \underline{25 \cdot 4 \cdot 7 =} \\ 100 \cdot 7 = 700 \end{array}$$

Mit größeren Zahlen rechnen!

$$\begin{array}{l} 97 \cdot 5 = \\ \underline{100 \cdot 5 - 3 \cdot 5 =} \\ 500 - 15 = 485 \end{array}$$

abbrechende Dezimalzahlen.....	32	gleichschenkliges Trapez.....	45
Achsen Spiegelung.....	55 ff.	größter gemeinsamer Teiler.....	12 ff.
achsensymmetrisch.....	55	Halbdrehung.....	61
Addition von Brüchen.....	19 ff.	Halbgerade.....	40
Addition von Dezimalzahlen.....	29	Hauptnenner.....	17 ff.
Addition von Größen.....	33 f.	Kegel.....	47
Addition von Natürlichen Zahlen.....	7 f.	Kehrbruch.....	24
Bandornament.....	58	Kehrwert.....	24
Bildpunkt.....	56 ff.	kleinstes gemeinsames	
Bruch, Brüche.....	13 ff.	Vielfaches (kgV).....	12 ff.
Bruchrechnen.....	13 ff.	Kommazahlen.....	25
Bruchstrich.....	13	kongruent.....	57 ff.
Bruchteile.....	13 ff.	Körper.....	46 ff.
Brüche am Zahlenstrahl.....	18, 19	Kugel.....	47
deckungsgleich.....	57 ff.	Kürzen.....	15 ff.
Dezimalbrüche.....	25 ff.	Maßeinheit.....	33
Dezimalen.....	25	Maßzahl.....	33
Dezimalzahlen.....	25 ff.	Mittelpunkt.....	43
Diagonale.....	43 f.	Mittelsenkrechte.....	45 f.
Division von Brüchen.....	24	Multiplikation von Brüchen.....	21
Division von Dezimalzahlen.....	31	Multiplikation von Dezimalzahlen.....	30
Division von Größen.....	34 f.	Multiplikation von Größen.....	34
Division von Natürlichen Zahlen.....	8 f.	Multiplikation von Natürlichen Zahlen..	8 f.
Drachen.....	44	Nachfolger.....	4
Drehpunkt.....	59 ff.	Natürliche Zahlen.....	4
Drehrichtung.....	59 ff.	Nenner.....	13 ff.
Drehung.....	59 ff.	Oberflächeninhalt von Quadern.....	50
Drehwinkel.....	59 ff.	Oberflächeninhalt von Würfeln.....	50
Drehzentrum.....	61	Oberflächennetz.....	50
Dreiecksprisma.....	47	Parallele.....	42
Endstellenregel.....	11	Parallelogramm.....	40
Erweitern.....	15 ff.	Parallelverschiebung.....	58
Flächeninhalt.....	49	Periode.....	32
Flächeninhalt von Quadraten.....	49	periodische Dezimalzahlen.....	32
Flächeninhalt von Rechtecken.....	49	Primzahlen.....	12
gemischte Zahl.....	14	Prisma.....	46 ff.
gemischter Bruch.....	14	Punkt.....	40
Gerade.....	40	Punkt Spiegelung.....	61
Gerade Linien.....	40 ff.	punktsymmetrisch.....	61
gleichnamige Brüche.....	16 ff.	Pyramide.....	47

Quader.....	46, 50	Trapezprisma.....	47
Quadrat.....	43	Überschlag.....	6
Quersumme.....	12	Umfang.....	48
Quersummenregel.....	12	Umfang von Quadraten.....	48
Rauminhalt.....	51	Umfang von Rechtecken.....	48
Rauminhalt von Quadern.....	51	Umkehrbruch.....	24
Rauminhalt von Würfeln.....	51	Umrechnen von Flächen.....	38
Raute.....	44	Umrechnen von Gewichten.....	39
Rechenausdrücke von Natürlichen Zahlen... 10		Umrechnen von Längen.....	38
Rechteck.....	43	Umrechnen von Rauminhalten.....	39
rechter Winkel.....	41 ff.	Umrechnen von Zeitspannen.....	39
Runden.....	5	Umrechnungszahl.....	38 f.
Runden beim Addieren.....	6	umwandeln Brüche in Dezimalzahlen... 26	
Runden beim Dividieren.....	6	umwandeln Dezimalzahlen in Brüche... 26	
Runden beim Multiplizieren.....	6	unechter Bruch.....	14 f.
Runden beim Subtrahieren.....	6	ungleichnamige Brüche.....	17 ff.
runden von Dezimalzahlen.....	28	Ursprungspunkt.....	56 ff.
Säule.....	46	vergleichen von Dezimalzahlen.....	27
Schenkel.....	52 ff.	Verschiebungspfeil.....	58
Senkrechte.....	41	Vielfache.....	11, 17 ff.
Spiegelachse.....	43 ff., 55	Viereck.....	44 ff.
Spiegelpunkt.....	56 f.	Volumen.....	51
Stellenwert.....	4	Vorgänger.....	4
Stellenwerttafel.....	25	Winkel.....	52 ff.
Strahl.....	40	Winkel messen.....	54
Strecke.....	40	Winkel zeichnen.....	53
Subtraktion von Brüchen.....	20 f.	Winkelarten.....	54
Subtraktion von Dezimalzahlen.....	29	Würfel.....	46, 50
Subtraktion von Größen.....	33 f.	Zahlenstrahl.....	18, 19, 4
Subtraktion von Natürlichen Zahlen... 7 f.		Zähler.....	13 ff.
Symmetrie.....	55 ff.	Zehnerbrüche.....	25
Symmetrieachse.....	55 ff.	Zeitpunkt.....	33
Symmetriezentrum.....	59	Zeitspanne.....	33
symmetrisch.....	55	Ziffern.....	4
Teilbarkeit.....	11 f.	Zusammengesetzte Größen.....	35
Teilbarkeitsregeln.....	11 f.	Zweisatz.....	36 f.
Teiler.....	11 f.	Zylinder.....	47
Teilmenge.....	12		
Trapez.....	45		